

YADROSI BIROR SINFDAN BO'LGAN O'Z-O'ZIGA QO'SHMA QISMIY INTEGRAL OPERATORLARNING SPEKTRAL XOSSALARINI TADQIQ ETISH

Termiz davlat universiteti Fizika-matematika
fakulteti Matematik analiz kafedrası **Hatamov Ma'ruf**
XXXhatamovmaruf7@gmail.com

Termiz davlat universiteti Fizika-matematika
fakulteti Matematik analiz kafedrası **Turopova Sohiba**
Djumanazarovnatermzxgdgd@gmail.com

Annotatsiya: Ushbu maqolada yadrosi ma'lum funksional sinfga mansub bo'lgan o'z-o'ziga qo'shma qisman integral operatorlarning spektral xossalari zamonaviy funksional analiz nuqtai nazaridan tahlil qilinadi. Operatorlarning spektri, xos qiymatlari, xos funksiyalari hamda kompakt operatorlar nazariyasidagi o'rnini batafsil yoritiladi. Shuningdek, Gilbert fazolarida aniqlangan integral operatorlarning spektral parchalanishi, operatorlarning cheklanganligi va o'z-o'ziga qo'shmalik shartlari matematik asosda izohlanadi. Tadqiqot davomida integral operatorlar nazariyasining amaliy masalalardagi ahamiyati ham ko'rsatilib, spektral usullarning differensial va integral tenglamalarni yechishdagi imkoniyatlari tahlil qilinadi.

Kalit so'zlar: Integral operator, spektr, o'z-o'ziga qo'shma operator, Gilbert fazosi, kompakt operator, xos qiymat, xos funksiya, spektral tahlil, Fredgolm operatori, funksional analiz.

Kirish

Funksional analizning eng muhim yo'nalishlaridan biri operatorlar nazariyasi bo'lib, unda chiziqli operatorlarning algebraik va analitik xossalari chuqur o'rganiladi. Xususan, integral operatorlar matematik fizika, mexanika, kvant nazariyasi, elastiklik nazariyasi hamda signal va tasvirlarni qayta ishlash kabi ko'plab sohalarda uchraydi. O'z-o'ziga qo'shma operatorlar alohida ahamiyatga ega, chunki ularning spektri haqiqiy sonlardan tashkil topadi va xos funksiyalar sistemasi ortogonal bazisni hosil qilishi mumkin. Ushbu xususiyat murakkab matematik modellarni soddalashtirish hamda integral va differensial tenglamalarni samarali yechish imkonini beradi.

Mazkur maqolaning maqsadi — yadrosi biror sinfdan bo'lgan o'z-o'ziga qo'shma qisman integral operatorlarning spektral xossalarni nazariy jihatdan tahlil qilish, ularning xos qiymatlari va xos funksiyalarining asosiy xususiyatlarini ochib berish hamda spektral teoremlarning integral operatorlarga tatbiqini yoritishdan iborat.

ASOSIY QISM

O‘z-o‘ziga qo‘shma qisman integral operatorlarning nazariy asoslari

Funksional analizda qisman integral operatorlar ko‘p o‘zgaruvchili funksiyalar fazosida aniqlanadigan muhim chiziqli operatorlar sirasiga kiradi. Bunday operatorlar ko‘pincha Gilbert fazosida qaraladi va ularning asosiy xususiyatlari operator yadrosining analitik hamda geometrik xossalariga bog‘liq bo‘ladi. Yadro ma‘lum funksiyalar sinfiga tegishli bo‘lsa, operator kompakt bo‘lishi mumkin. Kompakt operatorlarning eng muhim afzalligi shundaki, ularning nolga teng bo‘lmagan spektri sanoqli sondagi xos qiymatlardan tashkil topadi va ular faqat nol nuqtaga yaqinlashadi. Ushbu natija Fredgolm nazariyasining asosiy xulosalaridan biri hisoblanadi.

Gilbert fazosida aniqlangan kompakt o‘z-o‘ziga qo‘shma operatorlar uchun spektral teorema amal qiladi. Mazkur teoremaga ko‘ra operator ortogonal xos funksiyalar sistemasi yordamida diagonal ko‘rinishda tasvirlanadi. Natijada murakkab operatorlarni oddiyroq algebraik ko‘rinishda o‘rganish imkoniyati yaratiladi. Qisman integral operatorlarning spektrini aniqlashda operator normasini baholash ham muhim ahamiyat kasb etadi. Operator normasi uning cheklanganligini tavsiflaydi va spektrning joylashish sohasini aniqlashga yordam beradi. Agar operator kompakt va o‘z-o‘ziga qo‘shma bo‘lsa, uning spektral radiusi eng katta modulli xos qiymatga teng bo‘ladi. Nazariy jihatdan qarganda, operator yadrosining silliqliigi ortgani sari spektrning xossalari ham tartibliroq bo‘ladi. Uzluksiz yadroga ega operatorlarda xos funksiyalar ham yuqori darajada silliq bo‘lishi mumkin. Shu sababli zamonaviy tadqiqotlarda yadrolarni turli funksional sinflar bo‘yicha tasniflash muhim ilmiy yo‘nalishlardan biri hisoblanadi.

Bundan tashqari, qisman integral operatorlar differensial tenglamalar nazariyasi bilan chambarchas bog‘liq. Ko‘plab chegaraviy masalalar integral operatorlarga keltiriladi va ularning yechimlari spektral usullar yordamida topiladi. Shu bois operatorlarning spektral xossalarini chuqur o‘rganish nafaqat nazariy, balki amaliy jihatdan ham katta ahamiyatga ega. Spektral tahlil jarayonida operatorning xos qiymatlari va ularga mos xos funksiyalarini aniqlash asosiy vazifalardan biri hisoblanadi. Bu natijalar matematik fizika, kvant mexanikasi, issiqlik o‘tkazuvchanligi, elastiklik nazariyasi va boshqa ko‘plab amaliy sohalarda uchraydigan masalalarni yechishda keng qo‘llaniladi. Qisman integral operatorlarning spektral xossalarini tahlil qilish

O‘z-o‘ziga qo‘shma qisman integral operatorlarni o‘rganishda asosiy e‘tibor ularning spektrini aniqlash va spektr elementlarining matematik xossalarini tahlil qilishga qaratiladi. Operator spektri operatorning barqarorligi, yechimlarning mavjudligi hamda integral tenglamalarni yechish usullarini tanlashda muhim nazariy asos bo‘lib xizmat qiladi.

Spektral nazariyaning muhim natijalaridan biri shundan iboratki, operatorning har bir xos qiymatiga mos keluvchi xos funksiyalar o‘zaro ortogonal bo‘ladi. Bu esa

Gilbert fazosidagi ixtiyoriy funksiyani ushbu ortogonal sistema bo'yicha qator ko'rinishida ifodalash imkonini beradi. Natijada murakkab integral tenglamalar oddiy algebraik tenglamalar sistemasiga keltiriladi.

Yadroning uzluksizligi va simmetrikligi operator spektrining tuzilishiga bevosita ta'sir ko'rsatadi. Agar yadro yuqori darajada silliq bo'lsa, xos qiymatlar tezroq kamayadi va spektrning diskret qismi aniqroq tavsiflanadi. Aksincha, yadroda uzilishlar yoki sillqlikning yetishmasligi spektrning murakkablashishiga olib kelishi mumkin.

Operator yadrosi ma'lum funksional sinfga tegishli bo'lganda spektral tahlilda turli baholash usullaridan foydalaniladi. Jumladan, operator normasi, spektral radius, Fredgolm determinanti hamda iz (trace) tushunchalari operatorning xossalarini chuqurroq tavsiflash imkonini beradi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Kolmogorov A. N., Fomin S. V. Elementi teorii funktsiy i funktsionalnogo analiza. Moskva.
2. Kreyszig E. Introductory Functional Analysis with Applications. Wiley.
3. Riesz F., Sz.-Nagy B. Functional Analysis. Dover Publications.
4. Reed M., Simon B. Methods of Modern Mathematical Physics. Vol. I: Functional Analysis.
5. Kato T. Perturbation Theory for Linear Operators. Springer.
6. Dunford N., Schwartz J. T. Linear Operators. Wiley.
7. Yosida K. Functional Analysis. Springer.
8. Gohberg I., Goldberg S., Kaashoek M. Classes of Linear Operators. Birkhäuser.
9. Atkinson K. E. The Numerical Solution of Integral Equations of the Second Kind. Cambridge University Press.
10. Zeidler E. Applied Functional Analysis. Springer.