

**YADROSI BIROR SINFGA BO'LGAN O'Z-O'ZIGA QO'SHMA QISMIY
INTEGRAL OPERATORLAR SPEKTRAL XOSSALARI**

*Termiz davlat universiteti Fizika-matematika
fakulteti Matematik analiz kafedrası **Hatamov Ma'ruf**
XXXhatamovmaruf7@gmail.com*

*Termiz davlat universiteti Fizika-matematika
fakulteti Matematik analiz kafedrası **Turopova Sohiba**
Djumanazarovnatermzxgdgd@gmail.com*

Funksional analiz zamonaviy matematikaning eng muhim yo'nalishlaridan biri bo'lib, uning asosiy tadqiqot obyektlaridan biri turli xil chiziqli operatorlarni o'rganishdan iborat. Xususan, integral operatorlar ko'plab nazariy va amaliy masalalarda uchraydi. Bunday operatorlar matematik fizika, mexanika, iqtisodiy modellashtirish, biologik tizimlar, signal va tasvirlarni qayta ishlash kabi ko'plab yo'nalishlarda keng qo'llaniladi. Integral operatorlarning xossalarini chuqur o'rganish ularning nazariy asoslarini rivojlantirish bilan bir qatorda amaliy masalalarni samarali yechishga ham xizmat qiladi. Qisman integral operatorlar integral operatorlarning alohida sinfi bo'lib, ular ko'p o'lchovli fazolarda aniqlangan funksiyalar ustida ta'sir qiladi. Ushbu operatorlarning tuzilishi yadro funksiyasining xossalariga bevosita bog'liq bo'ladi. Agar operator yadrosi ma'lum funksional sinfga tegishli bo'lsa, operatorning spektral tuzilishi ham o'ziga xos xususiyatlarga ega bo'ladi. Shu sababli operator yadrosining xossalarini o'rganish spektral nazariyaning muhim masalalaridan biri hisoblanadi.

O'z-o'ziga qo'shma operatorlar funksional analizda alohida ahamiyat kasb etadi. Chunki bunday operatorlarning spektri haqiqiy sonlardan tashkil topadi hamda ularning xos funksiyalari ortogonal sistemani hosil qiladi. Ushbu xususiyatlar operatorlarni tadqiq etishda qulaylik yaratadi va ko'plab amaliy masalalarda ulardan samarali foydalanish imkonini beradi. Spektral nazariya operatorlarni tahlil qilishning asosiy vositalaridan biri bo'lib, operatorning barcha muhim xossalari uning spektri orqali tavsiflanadi. Spektr yordamida operatorning barqarorligi, yechimlarning mavjudligi, ularning yagonaligi va yaqinlashuv xususiyatlari aniqlanadi. Ayniqsa, kompakt o'z-o'ziga qo'shma operatorlar uchun spektral teorema katta nazariy ahamiyatga ega.

Bugungi kunda yadrosi ma'lum sinfga tegishli bo'lgan qisman integral operatorlarni o'rganish dolzarb ilmiy yo'nalishlardan biri hisoblanadi. Chunki yadro funksiyasining silliqdigi, uzluksizligi yoki simmetrikligi operator spektrining tuzilishiga bevosita ta'sir ko'rsatadi. Mazkur bog'liqlik matematik fizika va differensial tenglamalar nazariyasida muhim natijalar olish imkonini beradi.

Qismaniy integral operator tushunchasi va uning asosiy xossalari

Qismaniy integral operatorlarda esa integrallash o'zgaruvchilarning faqat ma'lum qismi bo'yicha bajariladi. Shu sababli bunday operatorlar ko'p o'lchovli fazolarda aniqlangan funksiyalarni o'rganishda muhim ahamiyatga ega. Operator yadrosining uzluksizligi operatorning chegaralanganligini ta'minlovchi asosiy omillardan biridir. Agar yadro kvadrat bo'yicha integrallanuvchi bo'lsa, operator Gilbert fazosida Hilbert–Shmidt operatori hisoblanadi. Bunday operatorlar kompakt operatorlar sinfiga kiradi.

O'z-o'ziga qo'shma qismaniy integral operatorlarning spektral xossalari

Funksional analizda operatorning spektri uning eng muhim tavsiflaridan biri hisoblanadi. Spektr operatorning teskari operatorga ega bo'lish yoki bo'lmasligini ifodalaydi hamda operator yordamida yechiladigan masalalarning nazariy asosini tashkil etadi. Ayniqsa, o'z-o'ziga qo'shma operatorlar uchun spektral nazariya mukammal ishlab chiqilgan bo'lib, u matematik fizika, kvant mexanikasi va integral tenglamalar nazariyasida keng qo'llaniladi.

Qismaniy integral operatorlarda spektrning tuzilishi operator yadrosining xossalari bog'liq. Agar yadro uzluksiz va simmetrik bo'lsa, operator kompakt bo'ladi. Kompakt o'z-o'ziga qo'shma operator uchun spektr sanoqli xos qiymatlardan iborat bo'lib, ular faqat nol nuqtasiga yaqinlashishi mumkin.

Spektr odatda uch qismga ajratiladi:

Nuqtaviy spektr;

Uzluksiz spektr;

Qoldiq spektr.

O'z-o'ziga qo'shma kompakt operatorlarda qoldiq spektr mavjud bo'lmaydi. Shu sababli bunday operatorlarni o'rganish ancha soddalashadi.

Spektral nazariyaning asosiy natijalaridan biri shundan iboratki, operatorni uning xos qiymatlari va xos funksiyalari orqali ifodalash mumkin. Bu esa murakkab integral tenglamalarni soddaroq ko'rinishga keltirish imkonini beradi.

Fredgolm operatorlari va spektral tahlil

Integral operatorlarni tadqiq etishda Fredgolm nazariyasi muhim o'rin egallaydi. Ushbu nazariya operatorning teskarilanishi, yechimlarning mavjudligi va yagonaligini aniqlash imkonini beradi.

Fredgolm operatorlari uchun quyidagi xususiyatlar xarakterlidir:

Operatorning yadrosi chekli o'lchamli bo'ladi;

Operator obrazi yopiq to'plamni tashkil qiladi;

Indeks doimiy kattalik hisoblanadi.

Qismaniy integral operatorlar ko'pincha Fredgolm operatorlari sinfiga kiradi. Shu sababli ular uchun Fredgolm alternativasi o'rinli bo'ladi. Fredgolm alternativasi ko'ra, integral tenglama yoki yagona yechimga ega bo'ladi, yoki unga mos gomogen

tenglama noldan farqli yechimlarga ega bo‘ladi. Mazkur natija matematik fizikaning ko‘plab masalalarini yechishda asosiy nazariy vositalardan biri hisoblanadi. Yadroning uzluksizligi operator spektrining diskret bo‘lishini ta’minlaydi. Bundan tashqari, yadro simmetrik bo‘lsa, operatorning barcha xos qiymatlari haqiqiy sonlardan iborat bo‘ladi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Kreyszig E. Introductory Functional Analysis with Applications. New York: John Wiley & Sons, 1978.
2. Kolmogorov A. N., Fomin S. V. Elements of the Theory of Functions and Functional Analysis. Moscow: Nauka, 1989.
3. Riesz F., Sz.-Nagy B. Functional Analysis. New York: Dover Publications, 1990.
4. Reed M., Simon B. Methods of Modern Mathematical Physics. Vol. I: Functional Analysis. Academic Press, 1980.
5. Conway J. B. A Course in Functional Analysis. New York: Springer, 1990.
6. Kato T. Perturbation Theory for Linear Operators. Berlin: Springer-Verlag, 1995.
7. Dunford N., Schwartz J. T. Linear Operators. Part I: General Theory. New York: Wiley-Interscience, 1988.
8. Yosida K. Functional Analysis. Berlin: Springer-Verlag, 1980.
9. Gohberg I., Goldberg S., Kaashoek M. A. Basic Classes of Linear Operators. Birkhäuser, 2003.
10. Zeidler E. Applied Functional Analysis. New York: Springer, 1995.